

Б. П. ПОБЕРЕЙКО¹

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕКУЧОСТІ ДЕРЕВИНИ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ ЇЇ АСИМЕТРІЇ У НАПРЯМКАХ АНІЗОТРОПІЇ

Побудовано критерій текучості для капілярно-пористих анізотропних матеріалів та на його основі досліджено асиметрію текучості деревини зі сталими рівномірно-розподіленими полями вологи і температури у напрямках анізотропії. Встановлено, що асиметрія текучості деревини у різних напрямках анізотропії різна. Абсолютне значення межі текучості деревини у випадку розтягу вздовж волокон є більшим, ніж у випадку його стиску у цьому ж напрямі. Упоперек волокон навпаки: абсолютне значення межі текучості в умовах розтягу є меншим, ніж в умовах стиску.

¹ **Богдан Петрович ПОБЕРЕЙКО** – кандидат технічних наук, доцент кафедри обчислювальної техніки і моделювання технологічних процесів, Національний лісотехнічний університет України, м. Львів, Україна. Тел.: 032-226-03-14. E-mail: nauk.visnyk@gmail.com
Представив член-кореспондент ЛАН України, доцент Ю. І. Грищок, доктор технічних наук – Національний лісотехнічний університет України

Актуальність роботи. Якість висушених пиломатеріалів визначається не лише показниками, що характеризують ступінь рівномірного розподілу полів вологи за їх товщиною, але і наявністю та величиною термодинамічно незворотних пластичних (залишкових) деформацій [1-5]. У пиломатеріалах першої категорії якості пластичні деформації є недопустимими: на відміну від пружних, вони призводять до змін внутрішньої структури матеріалу. За пластичного деформування відбувається розрив атомних зв'язків та заміна їх іншими, а остаточний розрив зв'язків без утворення нових супроводжує переважно крихке руйнування. Такому руйнуванню сприяють різноманітні дефекти матеріалу, які, по-перше, підвищують концентрацію напружень, по-друге, сприяючи злиттю пор та порожнин у тілі, призводять до появи магістральної тріщини, яка за даного рівня силових навантажень остаточно розділяє тіло на частини.

Пиломатеріали, у яких пластичні деформації є значними, не піддаються бажаній механічній обробці. З них досить важко виготовити за заданими розмірами деталі потрібної форми. Порушення цілісності такого матеріалу механічним способом виводить його окремі частини з рівноважного стану та сприяє розвитку процесів переходу цих частин у нові рівноважні стани. Текучість, перехід з пружної області деформування у пластичну є однією із найважливіших властивостей деревини. На сьогодні її вивчено недостатньо повно. Згідно з [6], відомі феноменологічні критерії граничного напружено-деформованого стану деревини є критеріями короточасної міцності. Отже, дослідження текучості є актуальними. Вони мають практичну значущість як для технології гідротермічного оброблення пиломатеріалів, так і для технологій виготовлення меблів та інших виробів з деревини.

Підставою для проведення цих досліджень є: 1) результати експериментальних випробовувань деревини на короточасну міцність [3-6]; 2) модель зв'язку релаксаційно-деформівних і тепломасообмінних процесів всередині та на межі неруйнівної області деформування гігроскопічних матеріалів змінної маси [7-10]; 3) співвідношення зв'язку якобіану градієнтів руху матеріальних точок суцільного середовища з компонентами тензора деформацій [11] та закон Гука для стисливих твердих тіл [12].

Побудова критерію текучості та її обґрунтування. Для вирішення цієї задачі виходитимемо з того, що у випадку випробовувань гігроскопічних матеріалів на короточасну міцність значення меж пружності та текучості різняться неістотно. Дисипація механічної енергії за цих умов деформування у матеріалі не спостерігається, а значення величин, що її характеризують, є незначними і ними можна знехтувати. Тому, для гігроскопічних тіл зі сталими рівномірно розподіленими полями температури та вологи умова визначення локального граничного напруженого стану [7] запишеться у вигляді

$$T(\tilde{s} - s_{i,\dot{o}}) = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{\sigma}_{ij}^{\dot{o}} \tilde{\varepsilon}_{ij}, \quad (1)$$

де: $\tilde{\sigma}_{ij}^{\dot{o}}$, $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ – граничні значення компонентів тензорів напружень та деформацій; $\tilde{s}$, $s_{i,\dot{o}}$ – питомі ентропії

деформованого та недеформованого матеріалу; T , ρ – термодинамічна температура та густина деформованої деревини. Подано отриману формулу у компактній формі запису. Помножимо її на ρ . Тоді, з урахуванням залежності [10]

$$\rho = \rho_{i,\dot{o}} / J, \quad (2)$$

матимемо

$$T \left(\rho \tilde{s} - \frac{\rho_{i,\dot{o}} s_{i,\dot{o}}}{\tilde{J}} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{\sigma}_{ij}^{\dot{o}} \tilde{\varepsilon}_{ij}, \quad (3)$$

де $\rho_{i,\dot{o}}$ – густина недеформованої деревини.

За даними досліджень [9], ентропія є адитивною величиною, тому добутки $\rho \tilde{s}$ та $\rho_{i,\dot{o}} s_{i,\dot{o}}$ є визначенням густин ентропій матеріалу у деформованому (граничному) напруженому та недеформованому станах відповідно. Позначимо їх символами $\tilde{S}$ та $S_{i,\dot{o}}$, а (3) запишемо у такому вигляді

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{\sigma}_{ij}^{\dot{o}} \tilde{\varepsilon}_{ij} = T \left(\tilde{S} - \frac{S_{i,\dot{o}}}{\tilde{J}} \right). \quad (4)$$

Для деревини, яка належить до класу малостисливих твердих тіл, значення якобіану градієнтів руху є хоча і близьким до одиниці, але не дорівнює їй. Для цих матеріалів значення величини, оберненої до якобіану градієнтів руху, величини $1/\tilde{J}$ приблизно дорівнює сумі перших двох членів її розкладу у ряд Тейлора в околі точки $\tilde{J} = 1$:

$$1/\tilde{J} \approx 1 - (\tilde{J} - 1). \quad (5)$$

Підставимо (5) у (4). Тоді, після нескладних математичних перетворень, одержимо критерій текучості для малостисливих гігроскопічних матеріалів зі сталими рівномірно розподіленими полями температури та вологи, який має такий вигляд

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{\sigma}_{ij}^{\dot{o}} \tilde{\varepsilon}_{ij} - (\tilde{J} - 1) T S_{i,\dot{o}} + T \Delta \tilde{S} = 0, \quad (6)$$

де $\Delta \tilde{S} = S_{i,\dot{o}} - \tilde{S}$.

Для погодження виведеної умови з позначеннями, прийнятими у механіці суцільного середовища,

уточнимо знак значень подвійної суми $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{\sigma}_{ij}^{\dot{o}} \tilde{\varepsilon}_{ij}$.

У механіці суцільних середовищ ця величина є додатною, хоча, насправді, вона від'ємна. Дійсно, оскільки у випадку усебічного розтягу, поля напружень є стискаючими, а у випадку усестороннього стиску – розтягуювальними, то, не залежно від способу деформування, напрям дії полів напружень завжди є протилежним до напрямку деформування матеріалу.

У механіці суцільних середовищ залежністю напрямку полів напружень від напрямку деформування нехтують. Відомі з цієї галузі знань закони побудовані на позначеннях: поля напружень усестороннього розтягу є додатними, а усестороннього стиску – від'ємними.

Отже, з врахуванням зазначеного, $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{\sigma}_{ij}^{\dot{o}} \tilde{\varepsilon}_{ij} < 0$.

Тому у позначеннях механіки суцільного середовища критерій (5) запишемо у вигляді

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{\sigma}_{ij}^{\dot{o}} \tilde{\varepsilon}_{ij} + (\tilde{J} - 1) T S_{i,\dot{o}} - T \Delta \tilde{S} = 0. \quad (7)$$

Отриманий критерій є узагальненням відомих енергетичних теорій міцності, зокрема, теорії Бельтрамі [7], в основу якої покладено припущення: початком розвитку небезпечних для цілісності нестисливих твердих тіл є момент часу, на який значення нагромадженої матеріалом потенціальної енергії дорівнює граничному значенню. Дійсно, оскільки ці тіла є нестисливими, то для них якобіан градієнтів руху не залежить від розвитку деформівних процесів, тобто на будь-якому етапі їх перебігу $J = 1$. У цьому випадку значення величини $(\tilde{J}-1)TS_{i\delta}$ дорівнює нулеві, а умова (7) зводиться до наближеної рівності:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{\sigma}_{ij}^{\delta} \tilde{\varepsilon}_{ij} \approx T \Delta \tilde{S}, \quad (8)$$

значення виразу у лівій частині якої дорівнює густині потенціальної енергії деформованого матеріалу. Отже, енергетичний критерій (8) є частковим випадком виведеного критерію текучості (7), що і потрібно було показати.

Визначення та обґрунтування закономірностей зміни відносної об'ємної деформації деревини у напрямках ортотропії $\tilde{J}-1$. Для подальшого практичного використання виведеного критерію (7), а саме обґрунтування асиметрії текучості деревини у напрямках анізотропії потрібно визначити відносну зміну об'ємної деформації $\tilde{J}-1$ матеріалу. Для вирішення цієї задачі виходитимемо із співвідношення [11]

$$J = 1 + \varepsilon_{11} \quad (9)$$

та узагальненого закону Гука для стисливих ортотропних твердих тіл [12]:

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{11}^{\delta} = E_{11}\tilde{\varepsilon}_{11} + \sqrt{E_{11}E_{22}}\nu_{12}\tilde{\varepsilon}_{22} + \sqrt{E_{11}E_{33}}\nu_{13}\tilde{\varepsilon}_{33}; \\ \tilde{\sigma}_{22}^{\delta} = \sqrt{E_{11}E_{22}}\nu_{21}\tilde{\varepsilon}_{11} + E_{22}\tilde{\varepsilon}_{22} + \sqrt{E_{22}E_{33}}\nu_{23}\tilde{\varepsilon}_{33}; \\ \tilde{\sigma}_{33}^{\delta} = \sqrt{E_{11}E_{33}}\nu_{31}\tilde{\varepsilon}_{11} + \sqrt{E_{22}E_{33}}\nu_{32}\tilde{\varepsilon}_{22} + E_{33}\tilde{\varepsilon}_{33}; \\ \tilde{\sigma}_{12}^{\delta} = 2G_{12}\tilde{\varepsilon}_{12}; \quad \tilde{\sigma}_{23}^{\delta} = 2G_{23}\tilde{\varepsilon}_{23}; \quad \tilde{\sigma}_{13}^{\delta} = 2G_{13}\tilde{\varepsilon}_{13}, \end{cases} \quad (10)$$

де: E_{ii} – модулі пружності (модулі Юнга) при розтягу – стиску вздовж головних осей анізотропії; G_{ij} – модулі зсуву для площин, паралельних головним напрямкам ортотропії; ν_{ij} – коефіцієнти Пуассона, які характеризують поперечну деформацію у напрямку осі, яка відповідає другому індексу. Для цього доповнимо (10) рівностями:

$$\tilde{\sigma}_{22} = \tilde{\sigma}_{33} = 0; \quad \tilde{\varepsilon}_{12} = \tilde{\varepsilon}_{23} = \tilde{\varepsilon}_{13} = 0. \quad (11)$$

Тоді, матимемо

$$\begin{cases} E_{11}\tilde{\varepsilon}_{11} + \sqrt{E_{11}E_{22}}\nu_{12}\tilde{\varepsilon}_{22} + \sqrt{E_{11}E_{33}}\nu_{13}\tilde{\varepsilon}_{33} = \tilde{\sigma}_{11}^{\delta}; \\ \sqrt{E_{11}E_{22}}\nu_{21}\tilde{\varepsilon}_{11} + E_{22}\tilde{\varepsilon}_{22} + \sqrt{E_{22}E_{33}}\nu_{23}\tilde{\varepsilon}_{33} = 0; \\ \sqrt{E_{11}E_{33}}\nu_{31}\tilde{\varepsilon}_{11} + \sqrt{E_{22}E_{33}}\nu_{32}\tilde{\varepsilon}_{22} + E_{33}\tilde{\varepsilon}_{33} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Отримана система рівнянь (12) є сумісною. Вона дає змогу виразити компоненти $\tilde{\varepsilon}_{11}$, $\tilde{\varepsilon}_{22}$ та $\tilde{\varepsilon}_{33}$ тензора деформацій через компоненту $\tilde{\sigma}_{11}^{\delta}$ тензора напружень та подати закон Гука у вигляді:

$$\tilde{\varepsilon}_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}} \frac{\tilde{\sigma}_{11}^{\delta}}{E_{11}}; \quad (13)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{22} = -\frac{\nu_{21} - \nu_{31}\nu_{23}}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}} \sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}} \frac{\tilde{\sigma}_{11}^{\delta}}{E_{11}}; \quad (14)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{33} = -\frac{\nu_{31} - \nu_{32}\nu_{21}}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}} \sqrt{\frac{E_{11}}{E_{33}}} \frac{\tilde{\sigma}_{11}^{\delta}}{E_{11}}. \quad (15)$$

Отже, з огляду на вираз (9), відносна об'ємна деформація $\tilde{J}-1$ деревини у процесі її переходу з недеформованого стану у граничний одновісний напружений стан розтягу (стиску), у стан текучості $(\tilde{\sigma}_{11}^{\delta} \neq 0, \tilde{\sigma}_{22}^{\delta} = \tilde{\sigma}_{33}^{\delta} = 0)$ прямопропорційна відношенню межі текучості до модуля пружності матеріалу

$$\tilde{J}-1 = L \tilde{\sigma}_{11}^{\delta} / E_{11}, \quad (16)$$

де L – коефіцієнт пропорційності, який є залежним лише від пружних характеристик матеріалу. Його значення визначають із такого виразу:

$$L = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32} - (\nu_{21} - \nu_{31}\nu_{23})\sqrt{E_{11}/E_{22}} - (\nu_{31} - \nu_{32}\nu_{21})\sqrt{E_{11}/E_{33}}}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}. \quad (17)$$

Проаналізуємо отримані результати, зокрема, співвідношення (17). Для цього розглянемо зміну об'єму бруска з деревини (довжина, ширина та товщина якого збігаються з напрямками осей ортотропії) у процесі деформування в одному з головних напрямків анізотропії.

Для розв'язання цієї задачі припустимо, що об'єм бруска до деформування дорівнює $V_{нт}$, а після деформування – V . Тоді, оскільки величина $\tilde{J}-1$ – це відносна об'ємна деформація, значення якої розраховують за формулою

$$\tilde{J}-1 = (V - V_{i\delta}) / V_{i\delta}, \quad (18)$$

то, з огляду на (16), матимемо

$$V = (1 + L \tilde{\sigma}_{11}^{\delta} / E_{11}) V_{i\delta}. \quad (19)$$

Звідси видно, чим більшим є значення коефіцієнта $1 + L \tilde{\sigma}_{11}^{\delta} / E_{11}$, тим більша зміна об'єму V . Окрім цього, якщо $L \tilde{\sigma}_{11}^{\delta} < 0$, то об'єм V деформованого бруска є меншим за об'єм недеформованого. У протилежному випадку навпаки: $V > V_{i\delta}$. Тому, з метою виявлення особливостей зміни об'єму деревини у процесі деформування вздовж та поперек волокон, у нашому дослідженні здійснено відповідні числові експерименти. Зокрема, визначено значення L_a , L_r , L_t коефіцієнта L для деревини сосни, ялини, берези та дуба з одновісними напруженнями станами розтягу (стиску) в аксіальному (a), радіальному (r) та тангентальному (t) напрямках анізотропії. В основу розрахунків покладено формули:

для аксіального напрямку анізотропії

$$L_a = \frac{1 - \nu_{rt}\nu_{tr} - (\nu_{ra} - \nu_{ta}\nu_{rt})\sqrt{\frac{E_{aa}}{E_{rr}}} - (\nu_{ta} - \nu_{tr}\nu_{ra})\sqrt{\frac{E_{aa}}{E_{tt}}}}{1 - \nu_{ar}\nu_{ra} - \nu_{at}\nu_{ta} - \nu_{rt}\nu_{tr} + \nu_{ar}\nu_{rt}\nu_{ta} + \nu_{ra}\nu_{tr}\nu_{at}}; \quad (20)$$

для радіального напрямку анізотропії

$$L_r = \frac{1 - \nu_{at}\nu_{ta} - (\nu_{ar} - \nu_{tr}\nu_{at})\sqrt{\frac{E_{rr}}{E_{aa}}} - (\nu_{tr} - \nu_{ta}\nu_{ar})\sqrt{\frac{E_{rr}}{E_{tt}}}}{1 - \nu_{ra}\nu_{ar} - \nu_{rt}\nu_{tr} - \nu_{at}\nu_{ta} + \nu_{ra}\nu_{at}\nu_{tr} + \nu_{ar}\nu_{ta}\nu_{rt}}; \quad (21)$$

для тангентального напрямку анізотропії

$$L_t = \frac{1 - \nu_{ra}\nu_{ar} - (\nu_{rt} - \nu_{at}\nu_{ra})\sqrt{\frac{E_{tt}}{E_{rr}}} - (\nu_{at} - \nu_{ar}\nu_{rt})\sqrt{\frac{E_{tt}}{E_{aa}}}}{1 - \nu_{tr}\nu_{rt} - \nu_{ta}\nu_{at} - \nu_{ra}\nu_{ar} + \nu_{tr}\nu_{ra}\nu_{at} + \nu_{rt}\nu_{ar}\nu_{ta}}, \quad (22)$$

які отримані із (17) заміною індексів "1", "2" та "3" на символи "a", "r" та "t".

Результати проведених обчислень для деревини зазначених порід із заданими пружними характеристиками (табл. 1, 2) наведено у табл. 3.

Табл. 1. Модулі пружності деревини з вологістю 12 % та температурою 20 °C

Порода	Стиск			Розтяг		
	E_a	E_r	E_t	E_a	E_r	E_t
Сосна	11900	670	550	11900	540	470
Ялина	14400	640	400	14500	660	460
Береза	16100	650	500	18400	640	460
Дуб	14200	1400	1010	14200	1180	910

Табл. 2. Коефіцієнти Пуассона для деревини з вологістю 12 % та температурою 20 °C

Порода	ν_{ar}	ν_{at}	ν_{ra}	ν_{rt}	ν_{ta}	ν_{tr}
Сосна	0,03	0,037	0,49	0,38	0,41	0,79
Ялина	0,017	0,031	0,44	0,25	0,41	0,48
Береза	0,043	0,040	0,58	0,49	0,45	0,81
Дуб	0,070	0,090	0,43	0,34	0,41	0,83

Їх аналіз показав, що розтяг деревини вздовж волокон спричиняє зменшення її об'єму, а впоперек – його збільшення. У випадку стиску навпаки: зі зменшенням лінійних розмірів вздовж волокон об'єм матеріалу збільшується, а аналогічна дія впоперек волокон призводить до зменшення значень цієї величини.

Табл. 3. Розрахункові значення коефіцієнта L та відношення $\tilde{\sigma}_{ij}^{i\delta}/E_{ij}$ для деревини з температурою 20 °C та вологістю 12 % у напрямках анізотропії

Порода	Стиск ($\varepsilon_a < 0, \varepsilon_r < 0, \varepsilon_t < 0$)			Розтяг ($\varepsilon_a > 0, \varepsilon_r > 0, \varepsilon_t > 0$)		
	a	r	t	a	r	t
Сосна	-2,06	0,08	0,27	-1,77	0,31	0,98
Ялина	-2,67	0,49	0,93	-2,85	0,44	0,91
Береза	-2,57	0,07	0,95	-2,77	0,15	0,98
Дуб	-1,11	0,04	0,97	-0,99	0,14	1,03

Дійсно, оскільки, згідно з табл. 3, значення коефіцієнта L для деревини з одновісним напруженим станом розтягу (стиску) вздовж волокон є від'ємними, то для цього напрямку деформування очевидними є нерівності:

$$\begin{aligned} &\text{у випадку розтягу } (\tilde{\sigma}_{aa}^{i\delta} > 0) \\ &L\tilde{\sigma}_{aa}^{i\delta} < 0; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} &\text{у випадку стиску } (\tilde{\sigma}_{aa}^{i\delta} < 0) \\ &L\tilde{\sigma}_{aa}^{i\delta} > 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Але тоді, з огляду на (19), у випадку розтягу деревини вздовж волокон спостерігатиметься зменшення його об'єму, а у випадку стиску у цьому ж напрямі – його збільшення.

Упоперек волокон, для радіального та тангентального напрямків анізотропії, за даними табл. 3, значення коефіцієнта L є додатними як у випадку розтягу, так і у випадку стиску. Тому для цих напрямків деформування правильними є нерівності:

$$\begin{aligned} &\text{у випадку розтягу } (\tilde{\sigma}_{rr}^{i\delta} > 0, \tilde{\sigma}_{tt}^{i\delta} > 0) \\ &L\tilde{\sigma}_{rr}^{i\delta} > 0, L\tilde{\sigma}_{tt}^{i\delta} > 0; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} &\text{у випадку стиску } (\tilde{\sigma}_{rr}^{i\delta} < 0, \tilde{\sigma}_{tt}^{i\delta} < 0) \\ &L\tilde{\sigma}_{rr}^{i\delta} < 0, L\tilde{\sigma}_{tt}^{i\delta} < 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Тому, згідно з (19), об'єм деревини з одновісним напруженим станом розтягу у радіальному або тангентальному напрямках анізотропії є більшим за її об'єм у недеформованому стані, а у випадку стиску навпаки: $V < V_{i\delta}$, що і потрібно було довести.

Окрім цього, зазначимо, що за умов однакового одновісного розтягу або стиску деревини зазначених порід упоперек волокон її об'єм змінюється не однаково. У тангентальному напрямку деформування значення відносної зміни об'єму є більшими, ніж у радіальному.

Виявлена зміна об'єму тісно пов'язана зі змінами "елементарних" об'ємів деревини, з геометричними розмірами та орієнтацією клітин матеріалу, так званими трахеїдами, які забезпечують його пружність та міцність. Для обґрунтування цього зв'язку коротко охарактеризуємо будову і термодинамічні стани цих клітин у деформованій та недеформованій деревині, а також проаналізуємо особливості зміни їх об'ємів у процесі розтягу (стиску) матеріалу вздовж головних напрямків анізотропії.

У недеформованій деревині трахеїди мають вигляд волокон (їхня довжина у 50-80 разів більша за товщину), орієнтованих в аксіальному напрямку анізотропії (рис. 1, а, та рис. 2, а), у напрямку a . Їх складовими частинами є мембрана 1 та цитоплазма 2 – колоїдний розчин органічних та мінеральних сполук.

В умовах рівноваги осмотичний тиск цитоплазми трахеїди на стінки її мембрани урівноважується із зовнішнім тиском, тиском навколишнього середовища, а її термодинамічний стан у процесі ізотермічного розтягу (стиску) визначається рівнянням

$$P_o^a V_o^a = P_o^{i\delta} V_o^{i\delta}, \quad (27)$$

де P_o^a , V_o^a та $P_o^{i\delta}$, $V_o^{i\delta}$ – осмотичний тиск та об'єм цитоплазми трахеїди у деформованому та недеформованому станах.

Звідси, якщо трахеїду розтягнути або стиснути у поздовжньому чи у поперечному напрямках симетрії, то під впливом зовнішнього силового навантаження σ_{ij} значення осмотичного тиску $P_o^{i\delta}$ цитоплазми на стінки мембрани або збільшиться, або зменшиться. Відповідно, з огляду на формулу (27), об'єм клітини деревини або зменшиться, або збільшиться. Характер зміни значень величини $P_o^{i\delta}$ є, очевидно, залежним від способу деформування матеріалу, тому розглянемо та проаналізуємо всі можливі випадки.

Випадок 1. Одновісний напружений стан розтягу вздовж волокон. У цьому випадку площа поперечного перерізу S_o окремо взятої трахеїди деформованої деревини є меншою за площу S_{no} окремо взятої трахеїди недеформованої деревини (рис. 1, б). Тому, у процесі редування матеріалу (після повного розвантаження), у процесі його переходу з деформованого стану у недеформований спостерігатиметься збільшення площі S_o поперечного перерізу трахеїд деревини. Але, це збільшення є

можливим лише за умови, коли на стінки мембрани трахеїди діятиме осмотичний тиск, значення якого є більшим за тиск сусідніх трахеїд. Воно відбуватиметься доти, поки ці тиски урівноважаться, доти поки матеріал не перейде з одновісного напруженого стану у недеформований стан. Звідси, значення осмотичного тиску цитоплазми окремо взятої трахеїди на стінки її мембрани у деревині з одновісним напруженим станом розтягу вздовж волокон є більшим за осмотичний тиск цитоплазми тієї ж трахеїди у недеформованій деревині.

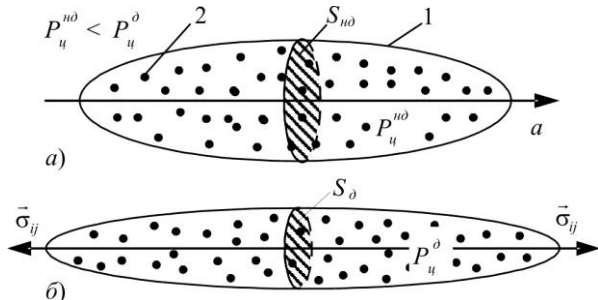


Рис. 1. Форма пізніх трахеїд: а) недеформованої; б) деформованої деревини вздовж волокон

Таким чином, з огляду на формулу (27), розтяг деревини вздовж волокон призводить до зменшення об'єму трахеїд, а отже, і її об'єму.

Випадок 2. Одновісний напружений стан у радіальному та тангентальному напрямках анізотропії. У цьому випадку площа поперечного перерізу S_0 трахеїд є більшою за їх площу S_{nd} у недеформованій деревині. Тому у процесі переходу деревини з одновісним напруженим станом розтягу впоперек волокон у недеформований стан спостерігатиметься зменшення величини S_0 . Але таке зменшення можливе лише за умови, коли тиск колоїдного розчину трахеїди є меншим за тиск навколишнього середовища, сусідніх клітин.

Таким чином, згідно з (27), у процесі випробовувань деревини на розтяг впоперек волокон об'єм трахеїд збільшується, а отже, збільшується і об'єм матеріалу загалом, що і потрібно було показати.

Аналогічним чином можна показати, що у випадку стиску деревини вздовж волокон її об'єм збільшується, а під час стиску впоперек волокон – зменшується.

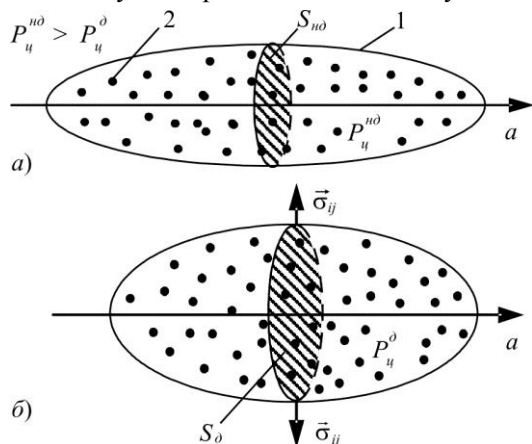


Рис. 2. Форма пізніх трахеїд: а) недеформованої; б) деформованої деревини впоперек волокон

Отже, особливості асиметрії деформативності деревини у напрямках анізотропії визначають

геометричними властивостями трахеїд, властивостями клітин матеріалу, які забезпечують його пружність та міцність. Окрім цього, зазначимо, що чим більша середня довжина та середня ширина трахеїд, тим більшою є відносна зміна об'єму $\tilde{J}-1$ деревини у випадку її переходу з недеформованого стану в одновісний граничний напружений стан стиску (розтягу) вздовж волокон. Свідченням цього є порівняльний аналіз табл. 3 та 4.

Табл. 4. Довжина та ширина пізніх трахеїд недеформованої деревини [3]

Порода	Довжина, мм	Ширина, мм
Сосна	4,4-2,6	0,069-0,025
Ялина	3,8-2,6	0,075-0,030
Береза	1,6-0,8	0,040-0,014
Дуб	1,4-0,5	0,041-0,012

Реакція деревини на граничні механічні навантаження у різних напрямках анізотропії є різною. Під час переходу, під впливом силових навантажень, напрямлених вздовж волокон, з недеформованого стану у стан текучості зміна її геометричних властивостей визначається умовами:

$$\tilde{J}-1 < 0 \quad \ddot{a}\ddot{e}\ddot{y} \quad \ddot{\sigma}_{aa} > 0; \quad \tilde{J}-1 > 0 \quad \ddot{a}\ddot{e}\ddot{y} \quad \ddot{\sigma}_{aa} < 0, \quad (28)$$

а у випадку аналогічного переходу під впливом силових навантажень, напрямлених у радіальному або тангентальному напрямках – умовами:

$$\tilde{J}-1 > 0 \quad \ddot{a}\ddot{e}\ddot{y} \quad \ddot{\sigma}_{ii} > 0; \quad \tilde{J}-1 < 0 \quad \ddot{a}\ddot{e}\ddot{y} \quad \ddot{\sigma}_{ii} < 0. \quad (29)$$

Визначення та обґрунтування асиметрії текучості деревини у напрямках ортотропії. Для обґрунтування асиметрії текучості деревини у напрямках анізотропії розглянемо часткові випадки складного напружено-деформованого стану, зокрема випадки одновісних розтягів (стисків) вздовж та впоперек волокон. Для цього припустимо, що значення компоненти $\tilde{\sigma}_{11}^{\delta}$ тензора напружень є відмінним від нуля, а значення всіх інших компонентів дорівнюють нулеві. Тоді, з врахуванням формул (16) та (13), умову текучості (7) в одновимірній постановці задачі запишемо у вигляді квадратного рівняння

$$(\tilde{\sigma}_{11}^{\delta})^2 + LbTS_{i,\delta} \tilde{\sigma}_{11}^{\delta} - bE_{11}T\Delta\tilde{S} = 0, \quad (30)$$

$$\text{де } b = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{1 - \nu_{23}\nu_{32}}. \quad (31)$$

Одержане рівняння має два дійсних корені:

$$\tilde{\sigma}_{11,p}^{\delta} = 0,5TS_{i,\delta} \left(-Lb + \sqrt{L^2b^2 + 4bE_{11} \frac{T\Delta\tilde{S}}{(TS_{i,\delta})^2}} \right); \quad (32)$$

$$\tilde{\sigma}_{11,c}^{\delta} = 0,5TS_{i,\delta} \left(-Lb - \sqrt{L^2b^2 + 4bE_{11} \frac{T\Delta\tilde{S}}{(TS_{i,\delta})^2}} \right). \quad (33)$$

Перший з цих коренів є визначенням межі текучості деревини у випадку одновісного розтягу, а другий – у випадку стиску. Дійсно, оскільки

$$T\Delta\tilde{S} > 0, \quad (34)$$

$$\text{то } |Lb| < \sqrt{L^2b^2 + 4bE_{11} \frac{T\Delta\tilde{S}}{(TS_{i,\delta})^2}}. \quad (35)$$

Звідси, згідно з (32)-(33), величина $\tilde{\sigma}_{11,p}^{\dot{\delta}}$ є додатною, а величина $\tilde{\sigma}_{11,c}^{\dot{\delta}}$ – від'ємною, що і потрібно було показати.

У загальному випадку пружні сталі (модулі пружності та коефіцієнти Пуассона) є залежними від способу деформування. Їхні значення для деревини з одновісним напруженим станом розтягу та стиску можуть бути різними. Тому для здійснення подальших досліджень введемо позначення: символами $E_{j,p}$ та $E_{j,c}$ позначимо модулі пружності деревини, випробовуваної на одновісний розтяг та стиск вздовж j -го напрямку анізотропії відповідно. Тоді, формули (32) та (33) перепишемо у вигляді

$$\tilde{\sigma}_{jj,p}^{\dot{\delta}} = 0,5TS_{i\dot{\delta}} \left(-L_{j,p}b + \sqrt{L_{j,p}^2b^2 + 4bE_{jj,p} \frac{T\Delta\tilde{S}}{(TS_{i\dot{\delta}})^2}} \right); \quad (36)$$

$$\tilde{\sigma}_{jj,c}^{\dot{\delta}} = 0,5TS_{i\dot{\delta}} \left(-L_{j,c}b - \sqrt{L_{j,c}^2b^2 + 4bE_{jj,c} \frac{T\Delta\tilde{S}}{(TS_{i\dot{\delta}})^2}} \right), \quad (37)$$

де $L_{j,p}$, $L_{j,c}$ – значення коефіцієнта (17) для матеріалу з одновісним напруженим станом розтягу та стиску вздовж j -го напрямку анізотропії відповідно.

Проаналізуємо одержані результати, зокрема, формули (36) та (37). Для початку обмежимося розглядом матеріалів, модулі пружності яких, а отже, і коефіцієнти $L_{j,p}$, $L_{j,c}$ є незалежними від способу деформування:

$$E_{j,p} = E_{j,c}; \quad L_{j,p} = L_{j,c} = L_jb. \quad (38)$$

$$\text{Тоді, якщо} \quad L_jb = 0, \quad (39)$$

то, з огляду на (36)-(37):

$$|\tilde{\sigma}_{j,p}^{\dot{\delta}}| = |\tilde{\sigma}_{j,c}^{\dot{\delta}}|. \quad (40)$$

Отже, у матеріалах, пружні характеристики яких задовольняють умови (38)–(39), асиметрія меж текучості не спостерігається.

Асиметрію текучості спостережено у матеріалах, для яких умова (39) не виконується. Дійсно, якщо $L_jb > 0$, то абсолютне значення величини $\tilde{\sigma}_{j,p}^{\dot{\delta}}$ менше за абсолютне значення величини $\tilde{\sigma}_{j,c}^{\dot{\delta}}$. У протилежному випадку (для $L_jb < 0$) навпаки: абсолютне значення величини $\tilde{\sigma}_{j,p}^{\dot{\delta}}$ є більшим за абсолютне значення величини $\tilde{\sigma}_{j,c}^{\dot{\delta}}$, що і потрібно було показати.

Для узагальнення встановленого висновку введемо позначення:

$$\eta_j = \left| \tilde{\sigma}_{j,p}^{\dot{\delta}} \right| / \left| \tilde{\sigma}_{j,c}^{\dot{\delta}} \right|, \quad (41)$$

де η_j – коефіцієнт асиметрії текучості матеріалу для j -го напрямку анізотропії. Тоді зроблені вище висновки запишемо у вигляді

$$\begin{cases} \eta_j > 1, & \text{якщо } L_jb < 0; \\ \eta_j = 1, & \text{якщо } L_jb = 0; \\ \eta_j < 1, & \text{якщо } L_jb > 0. \end{cases} \quad (42)$$

Отже, особливості асиметрії меж текучості матеріалів, значення пружних сталей яких у випадку розтягу та стиску однакові, визначаються знаком параметра L_jb .

Встановлені вище результати та висновки покладемо в основу виявлення та дослідження

особливостей асиметрії меж текучості деревини вздовж основних напрямків симетрії. Для досягнення цієї мети на першому етапі цих досліджень, на основі даних табл. 2 та формули (31), визначено значення параметра b для деревини хвойних та листяних порід з відносною вологістю $W = 12\%$ та температурою $T = 20^\circ\text{C}$, зокрема, для деревини сосни, ялини, берези та дуба [3, 4]. Результати цих обчислень наведено у табл. 5.

Табл. 5. Розрахункові значення параметра b для деревини з вологістю 12 %, температурою 20°C та одновісним напруженим станом у напрямках анізотропії

Порода	Стиск ($\varepsilon_a < 0, \varepsilon_r < 0, \varepsilon_t < 0$)			Розтяг ($\varepsilon_a > 0, \varepsilon_r > 0, \varepsilon_t > 0$)		
	a	r	t	a	r	t
Сосна	0,984	0,700	0,700	0,984	0,700	0,700
Ялина	0,986	0,881	0,875	0,986	0,881	0,875
Береза	0,976	0,599	0,603	0,976	0,599	0,603
Дуб	0,965	0,722	0,714	0,965	0,722	0,714

На другому етапі, на основі аналізу даних табл. 5, встановлено, що для досліджуваних порід знак величини b , на відміну від знаку коефіцієнта L_j , не залежить від напрямку деформування матеріалу. В усіх можливих випадках деформування вздовж головних напрямків анізотропії він є додатним.

Отже, з огляду на (42), особливості асиметрії текучості деревини вздовж та впоперек волокон визначають знаком коефіцієнта L_j .

Для наочного підтвердження цього висновку у цій роботі, за формулами (36), (37), (41) та даними табл. 1, 2, 3 і 5, визначено залежності коефіцієнтів асиметрії текучості η_j від параметра $x = T\Delta\tilde{S}/(TS_{i\dot{\delta}})^2$ для головних напрямків анізотропії деревини сосни, ялини, берези та дуба. Зокрема, побудовано їхні графіки, які наведено на рис. 3.

З аналізу цих графіків та даних табл. 3 випливає, що якщо $L_j < 0$, то значення безрозмірного коефіцієнта є більшими за одиницю, а у випадку виконання нерівності $L_j > 0$ коефіцієнт η_j менший за одиницю. Перший випадок є характерним для деревини з одновісним напруженим станом розтягу (стиску) вздовж волокон, а другий – для деревини з одновісним напруженим станом розтягу (стиску) впоперек волокон.

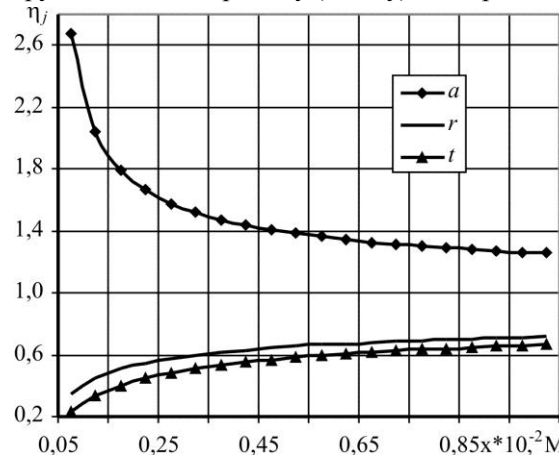


Рис. 3. Залежності коефіцієнта асиметрії меж текучості від $x = T\Delta\tilde{S}/(TS_{i\dot{\delta}})^2$ для сосни з вологістю 12 % та температурою 20°C у напрямках анізотропії: а – аксіальний, г – радіальний, т – тангентальний

Виявлені особливості асиметрії текучості деревини у напрямках анізотропії підтверджуються відомими результатами емпіричних досліджень [3-5]. Так, наприклад, за даними роботи Ф.П. Белянкіна [4], коефіцієнт η_j для аксіального напрямку анізотропії сосни, ялини, берези і дуба з відносними вологістю 12 % та температурою 20 °С приблизно дорівнює 1,85, а впоперек волокон є меншим за одиницю: для радіального напрямку ортотропії сосни $\eta_j \approx 0,77$, а для тангентального – $\eta_j \approx 0,43$.

Висновок. Асиметрія текучості деревини у різних напрямках анізотропії є різною. Абсолютне значення межі текучості деревини у випадку розтягу вздовж волокон більше, ніж у випадку його стиску у цьому ж напрямі. Упоперек волокон навпаки: абсолютне значення межі текучості в умовах розтягу є меншим, ніж в умовах стиску.

ЛІТЕРАТУРА

1. Соколовський Я.І. Деформативність деревини й деревностружкових плит зі змінними потенціалами тепломасоперенесення : атореф. дис. на здобуття наукового ступеня д-ра техн. наук: спец. 05.05.07 – машини та процеси лісівничого комплексу. – Львів, 2001. – 36 с.
2. Поберейко Б.П. Ідентифікація напружено-деформівного стану деревини із змінним вологовмістом : атореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.07 – машини та процеси лісівничого комплексу. – Львів, 1999. – 20 с.
3. Хухрянский П.Н. Прочность древесины. – М. : Гослесбумиздат, 1955. – 152 с.
4. Белянкин Ф.П. Деформативность и сопротивляемость древесины как упруговязкопластического тела / Ф.П. Белянкин, В.Ф. Яценко. – К. : Изд-во АНУССР, 1957. – 184 с.
5. Яценко В.Ф. Прочность композиционных материалов. – К. : Вид-во "Вища шк.", 1988. – 151 с.
6. Ашкенази Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов. – М. : Изд-во "Лесн. пром-сть", 1978. – 224 с.
7. Поберейко Б.П. Розроблення критерію технологічної міцності для гігроскопічних матеріалів змінної маси // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2008. – Вип. 18.9. – 105-113 с.
8. Поберейко Б.П. Синтез тепломасообменных, релаксационно-деформационных и прочностных процессов в гигроскопических материалах / Б.П. Поберейко, Я.И. Соколовский // Актуальные проблемы лесного комплекса : сб. научн. трудов. – Брянск : Изд-во БГТИ. – 2007. – Вип. 18. – С. 133-137.
9. Поберейко Б.П. Дослідження процесів теплоперенесення всередині та на межі неруйнівної області деформування деревини // Наукові праці Лісівничої академії наук України : зб. наук. праць. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2007. – Вип. 5. – С. 139-145.
10. Поберейко Б.П. Дослідження процесів вологоперенесення всередині та на межі неруйнівної області деформування деревини / Б.П. Поберейко, Я.І. Соколовський // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2006. – Вип. 16.6. – 82-90 с.
11. Поберейко Б.П. Визначення кривих тривалого опору деревини // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2006. – Вип. 16.5. – С. 102-107.
12. Черных К.В. Введение в анизотропную упругость. – М. : Изд-во "Наука", 1988. – 192 с.

B. P. Pobereyko

DETERMINATION OF WOOD FLUIDITY AND ITS ASYMMETRY SUBSTANTIATION IN ANISOTROPY' DIRECTIONS

The criterion of fluidity is built for capillary porous anisotropic materials and investigational asymmetry of wood fluidity on its basis with the permanent evenly up-diffused fields of moisture and temperature in directions of anisotropy. It is set that asymmetry of y wood fluidity in different directions of anisotropy is different. An absolute value of limit for wood fluidity in the case of distantion along fibres is more than in the case of its compression in the same direction .In a cross-grained case it is vice versa: an absolute value of limit of fluidity in the conditions of distantion is less than, than in the clenck conditions.

