

УДК [004.451]:621.7.01

Ю. І. ГРИЦЮК¹

КОМБІНАТОРНІ МЕТОДИ ГЕНЕРУВАННЯ ДОПУСТИМИХ КАРТ РОЗКРОЮ ПЛИТНИХ ДЕРЕВНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ЗАГОТОВКИ

Розглянуто теоретичні засади процесу моделювання допустимих карт розкрою плитних деревних матеріалів (ПДМ) на заготовки, математичні моделі та комбінаторні методи генерування яких враховують відомі концептуальні схеми та відповідні їм базові конфігурації карт розкрою, а також дають змогу шляхом внесення комбінованих заготовок їх удосконалювати, або за рахунок різних комбінацій утворювати нові їх конфігурації прогнозованої складності.

¹ **Юрій Іванович ГРИЦЮК** – член-кореспондент ЛАН України, кандидат технічних наук, доцент кафедри обчислювальної техніки і моделювання технологічних процесів, Національний лісотехнічний університет України, м. Львів, Україна. Тел.: +38067-944-11-15. E-mail: nauk.visnyk@gmail.com

Вступ. За останні декілька десятиліть різко зросла кількість проблем, для вивчення та розв'язання яких використовується методологія, теорія та практика системного аналізу. Серед науково-прикладних проблем системного аналізу одне з чільних місць займає проблема моделювання допустимих карт і оптимізація багатокритеріального плану розкрою плитних деревних матеріалів (ПДМ) на заготовки.

Значний внесок у створення теорії розкрою належить: вітчизняним ученим Л.В. Канторовичу, В.А. Залгаллеру і І.В. Романовському; американським вченим Т. Купмансу – за постановку задачі лінійного програмування і Дж. Данцігу – за симплекс-метод для її розв'язання; Л.В. Канторовичу і Дж. Данцігу – за модифікований симплекс-метод; П. Гілмору і Р. Гоморі – за цілочисельне лінійне програмування; Л.В. Канторовичу і І.В. Романовському – за генерування стовпців у симплекс-методі; європейським вченим Г. Дикгофу, Г. Вашеру, Ю. Лірову, Е.Е. Бішофу, М.С.В. Вашеру, Г. Янасе та ін. – за розвиток методів комбінаторної оптимізації.

У машинобудуванні проблемі розкрою присвячені поодинокі дослідження: Л.Б. Белякової, В.Я. Тимошенка, Ф.В. Бабаєва, А.Б. Опанасюка, А.К. Пандорина, Н.В. Письменчука, В.К. Партаса. Системним аналізом у даній області знань займаються наукові школи, засновниками яких є: проф. Е.А. Мухачова та її учні А.І. Єрмаченко, В.М. Картак, Т.М. Сиразетдінов, А.Р. Усманова, М.А. Смагін, А.Ф. Валєєва, А.В. Чіглінець, А.А. Мухачова, В.В. Бухвалова; проф. Ю.Г. Стояна і М.І. Гіля та їх учні – В.Я. Вінарський, О.О. Ємець, Т.Е. Романова, М.В. Новожилова, І.В. Магдаліна, І.В. Гребеннік та ін. У деревообробному виробництві чимало системних досліджень, пов'язаних з оптимізацією ТП розкрою деревинних матеріалів, проведено під керівництвом таких науковців: А.А. Піжуріна, В.С. Петровського, І.В. Соболева, Р.Е. Калітєєвського, І.С. Межова, М.Н. Феллера, Т.А. Носовського, Д.Л. Дудюка та ін.

Проблема моделювання допустимих карт розкрою ПДМ на заготовки різних концептуальних схем і відповідних їм базових конфігурацій з врахуванням заданих конструктивних і технологічних обмежень як у минулому, так і на даний час є складною науковою проблемою. Згідно з міжнародною системою класифікації, вона належить до так званої проблеми розкрою та пакування (cutting and packing problem – CPP). Ця проблема полягає, насамперед, в раціональному використанні розкроюваного матеріалу та отриманні необхідної кількості заготовок відповідно до заданих потреб. Окрім того, на підставі допустимих карт оптимального плану розкрою та інтенсивності їх застосування можна безпосередньо визначати структуру обладнання технологічного процесу (ТП) виготовлення заготовок. На підставі цих карт можна також удосконалити структуру пилкових установок наявного розкрійного обладнання або спроектувати нове з досі не реалізованими технологічними можливостями та ін.

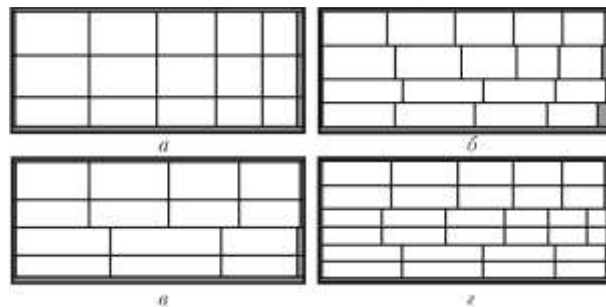


Рис. 1. Базові конфігурації карт розкрою ПДМ

Складність проблеми розкрою та пакування полягає у тому, що сам процес моделювання як простих базових конфігурацій карт розкрою (рис. 1: а, б), так і складних (рис. 1: в, г) чи комбінованих карт (рис. 2) пов'язана з вимогою максимального заповнення плити заготовками (з інтенсивністю пакування, близькою до одиниці), з дотриманням деякої послідовності виконання відповідних поздовжніх і поперечних пропилів для наявного розкрійного обладнання, а також з труднощами цілеспрямованого генерування таких їх допустимих варіантів, які б давали змогу швидко оптимізувати план розкрою з заданою точністю.

Актуальність дослідження проблеми розкрою і пакування полягає у тому, що навіть при невеликих обсягах виготовлення заготовок незначне заощадження ПДМ як сировини дає відчутний економічний ефект. Окрім того, навіть невелике зменшення тривалості робочого циклу процесу розкрою відразу ж позначається на збільшенні продуктивності роботи розкрійного обладнання та потужності дільниці розкрою, а також на зменшенні собівартості процесу виготовлення продукції та ін.

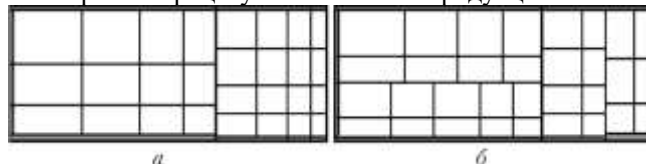


Рис. 2. Комбіновані карти розкрою ПДМ на заготовки

Ефективне вирішення проблеми розкрою ПДМ на заготовки можливе завдяки розробленню досконалих алгоритмів моделювання допустимих карт розкрою заданих концептуальних схем і відповідних їм базових конфігурацій та цілеспрямованого їх перебору за кращими кількісними та якісними характеристиками, а також за рахунок використання надійних і ефективних методів оптимізації плану розкрою. Поєднання всіх цих аспектів у єдину розрахункову систему уможливіло розроблення багатокритеріальних математичних моделей оптимізації ТП розкрою ПДМ на заготовки і реалізацію їх у вигляді пакета прикладних програм – підсистеми спеціалізованої АСУ ТП. Окрім виробничих розрахунків карт і плану розкрою, ця підсистема повинна забезпечувати: здійснення виробничо-проектних розрахунків процесу виготовлення заготовок з підбором відповідних типів та кількості основного і допоміжного розкрійного обладнання; визначення проектної продуктивності роботи обладнання за різними специфікаціями деталей; обчислення технологічної собівартості процесу виготовлення заготовок; розрахунок у статистиці

та динаміці через дисконтні ставки показників економічної ефективності від впровадження спроектованого ТП; здійснення *проектних розрахунків* компоновальної структури пилкових установок розкрійного обладнання і т.д.

Передумовою розроблення такого програмного забезпечення слугує теоретичне обґрунтування стратегії та тактики щодо процесу генерування всіх допустимих карт розкрою ПДМ на заготовки різних концептуальних схем і відповідних їм базових конфігурацій з врахуванням системи обмежень та вимог. Не належне виконання цієї роботи приводить до того, що, наприклад, невдало розроблені математичні моделі та побудовані за ними алгоритми генерування карт розкрою будуть забезпечувати тільки поверхневий їх перебір, моделюватимуться допустимі карти з далеко не найкращими показниками їх ефективності і, як наслідок, відшукуватимуться тільки локальні екстремуми функції мети плану розкрою, тобто розроблятиметься він далеким від оптимального і т.д.

Проведений нами детальний аналіз сучасного стану комбінаторних методів розв'язання 2D задач розкрою й пакування [3-5] показав, що більшість дослідників використовують їх релаксацію до задачі меншої розмірності. Побудовані математичні моделі не завжди є адекватними досліджуваному процесу і не відображають важливих особливостей задач у початковій їх постановці. Отримані розв'язки таких задач загалом не є оптимальними, здебільшого допустимими. У найбільш анонсованих роботах, у яких розміщувані об'єкти і області розміщення мають форму прямокутника, як правило, використовують евристичні методи, які навіть в двовимірному випадку не мають адекватних математичних моделей і ефективних методів оптимізації.

Для моделювання допустимих карт розкрою широко використовується метод комбінаторного послідовно-одиначного розміщення прямокутних об'єктів (ПО) на перестановках [3], який можна подати у вигляді такої ітераційної процедури:

$$\mathcal{A}^b = \{ a_j^t = \text{Rnd}[1; n], j = \overline{1, n} : a_j^t \neq a_k^t; k = \overline{1, j-1} : j-1 \},$$

$$F_{gq}^t [x_{ij}^{t*} + l_i, j = \overline{1, q}; i = \overline{1, g}] = \\ = \min_{x_{gq}^t \in G} \max \{ x_{ij}^{t*} + l_i, j = \overline{1, q}; i = \overline{1, g}; x_{gq}^t + l_g \},$$

$$q = \overline{1, n_g}; g = \overline{1, m}; t = \overline{1, T},$$

де: $\mathcal{A}^b$ – випадкова послідовність номерів розміщення ПО; T – кількість перестановок номерів; x_{ij}^{t*} – значення параметрів розміщених ПО; x_{gq}^t – значення параметрів розміщуваного ПО; l_i – довжина ПО.

Основний недолік цього методу та його модифікацій полягає в тому, що чергова згенерована карта розміщення ПО за критерієм відбору переважно є гіршою від найкращої з попередніх, позаяк вона генерується випадково. Це призводить до перегляду значної кількості так званих неперспективних карт розміщення ПО з локальними екстремумами, а також повільним наближенням до глобального значення функції мети. Для зупинки на найкращій з них використовуються критерії припинення обчислювального процесу.

У роботі [2] наведено концепцію регулярного цілеспрямованого перебору допустимих карт розміщення ПО, яка передбачає аналіз істотно меншої кількості їх неперспективних варіантів завдяки звуженню меж області допустимих значень функції мети, що значно збільшує імовірність отримання її глобального значення. Основна її перевага порівняно з перестановками в тому, що чергова згенерована карта за критерієм відбору має бути кращою від попередніх, позаяк вони генеруються не випадково, а цілеспрямовано. У кінцевому результаті це приводить до зупинки на найкращій з них, тобто отриманні оптимального значення функції мети, здебільшого без застосування критеріїв припинення обчислювального процесу.

1. Декомпозиція складних карт розкрою на функціональні елементи

Системний аналіз способів розкрою ПДМ на заготовки [1, с. 121], а також детальний аналіз технологічних можливості сучасного розкрійного обладнання [1, с. 59, с. 439] вказують на потребу декомпозиції складних карт розкрою, тобто поділу їх на ієрархічні рівні та відповідні їм функціональні елементи. Доцільно під ієрархічним рівнем використовувати таке поняття як *абстрактна частина плити* (АЧП) [2, с. 102], а під поняттям функціональний елементи – відповідну базову конфігурацію карти розкрою. Для АЧП розроблено основні принципи моделювання базових конфігурацій карт розкрою. Зокрема, для всієї плити (рис. 3, а) чи її ділянок (рис. 3: б-г), а також для торцевої та основної частин плити (рис. 3: д-ж) пропонуємо у основу базової конфігурації карти розкрою закласти: схему "сітка" (рис. 3, к); комбінацію багатьох "сіток" (рис. 3, л); гільйотинне відрізання смуг (рис. 3, м). Для моделювання базових конфігурацій карт розкрою розроблено *метод регулярного послідовно-одиначного одно- та дво- і багатовимірного розміщування прямокутних об'єктів (ПО) у межах АЧП з врахуванням системи обмежень та вимог.*



Рис. 3. Декомпозиція складних карт розкрою на функціональні елементи

У роботі [2] детально розглянуто три групи комбінаторних задач розміщення ПО. До *першої групи* належать задачі, які стосуються розкрою погонного матеріалу на заготовки (1D пакування ПО). Для таких задач допустимі карти розкрою моделюють з використанням *методу РП-ООР ПО вздовж смуги скінченної довжини*. До *другої групи* належать задачі, які стосуються розкрою плит на заготовки (2D пакування ПО) за схемою з суцільними поздовжніми і суцільними поперечними пропилами. Технологія її реалізації полягає в тому, що від плити спочатку поздовжніми пропилами відрізають смуги, а потім ці смуги разом розрізають на заготовки (рис. 3, к) [2, с. 102]. У цій групі задач карти розкрою генерують з використанням *методу РП-ОДР ПО у межах АЧП* за схемою "сітка".

До *третьої групи* належать задачі, які стосуються розкрою плит на заготовки (2D пакування ПО) за схемою з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами. Моделювання таких карт розкрою починається з того, що спочатку відбувається розміщення смуг по ширині плити, після чого їх розкладають одна під одну, а потім – розміщують заготовки вздовж кожної розкладеної смуги (рис. 3, л) [2, с. 288]. Такі карти розкрою генерують з використанням *методу РП-ОБР ПО у межах АЧП* з комбінацією багатьох "сіток". До цієї групи задач також належать карти розкрою, які моделюють за схемою гільйотинного відрізання смуг (рис. 3, м).

Для реалізації методу дво- та багатовимірного розміщення ПО у межах АЧП введено такі позначення для вхідних даних:

D^i, H^i – довжина і ширина АЧП, m^c – кількість смуг;

$\mathcal{O}^c = \{\mathcal{O}_i^c, i = 1, m^c : \mathcal{O}_{i-1}^c \geq \mathcal{O}_i^c\}$ – впорядковані за спаданням ширини смуг;

$N^{\hat{i}} = \{n_i^{\hat{i}}, i = 1, m^{\hat{i}}\}$ – кількість ПО у смугах;

$\mathcal{A}^{\hat{i}} = \{\mathcal{A}_{ij}^{\hat{i}} = \{a_{ij}^{\hat{i}}, j = 1, n_i^{\hat{i}} : a_{i,j-1}^{\hat{i}} \geq a_{ij}^{\hat{i}}\}, i = 1, m^{\hat{i}}\}$ – впорядковані за спаданням довжини ПО для кожної групи ширин смуг.

2. Метод регулярного послідовно-одиначного двовимірного розміщення ПО у межах АЧП за схемою "сітка"

Процедура моделювання всіх допустимих карт розкрою за схемою "сітка" (рис. 3, к) без врахування обмежень на процес їх генерування полягає у послідовному розв'язанні таких задач: задачі 1D пакування ПО у межах основної смуги; задачі підбору допоміжних смуг, до яких мають входити усі ПО з довжинами, як і у основній смузі; задачі 1D пакування підібраних ширин смуг у межах ширини АЧП. Їх послідовна реалізація дає змогу отримати такі результату розрахунку:

допустимі карти розміщення ПО у межах АЧП за схемою "сітка"

$$\mathcal{P}_{co}^{\hat{i}} = \left\{ \mathcal{P}_{co}^{\hat{i}} = \left\{ \mathcal{P}_{co}^{uv}, v = 1, Kp_{no}^u \right\}, u = 1, m^c \right\}; \quad (1)$$

$$\mathcal{P}_{co}^{uv} = \left\{ \mathcal{P}_{co}^{uvw} = f[u, v, w, \dots], w = 1, Ks_{no}^{uv} \right\}$$

інтенсивності заповнення ПО усієї АЧП

$$Kz_{no}^{uv} = \left\{ Kz_{no}^{uvw} \rightarrow \max, w = 1, Ks_{no}^{uv} \right\}; \quad (2)$$

$$Kz_{no}^{uvw} = f[\mathcal{A}^{\hat{i}}, \mathcal{O}^{\hat{i}}, \mathcal{A}^{\hat{i}}, \mathcal{O}^{\hat{i}}, \mathcal{P}_{no}^{\hat{i}}, \mathcal{P}_{no}^{uv}, \mathcal{P}_{no}^{uvw}] \rightarrow \max$$

повторюваності ПО у основній та допоміжних смугах

$$\mathcal{P}_{no}^{uv} = \left\{ \mathcal{P}_i^{uvw} = \left\{ p_{ij}^{uvw}, j = 1, n_i^{uv} \right\}, i = u, m^{uv} \right\}; \quad (3)$$

$$p_{ij}^{uvw} = \begin{cases} f[\mathcal{A}^{\hat{i}}, \mathcal{A}_i^{\hat{i}}, \mathcal{P}_i^{uv-1, w}], & \forall i \in \hat{i} \quad i > u; \\ p_{ij}^{uvw}, & \forall i \in \hat{i} \quad i = u; \end{cases}$$

повторюваності основної та допоміжних ширин смуг по ширині АЧП

$$\mathcal{Y}_{no}^{uv} = \left\{ y_i^{uvw}, i = u, m^c \right\}, w = 1, Ks_{no}^{uv}; \quad (4)$$

$$y_i^{uvw} = f[\mathcal{O}^{\hat{i}}, \mathcal{O}^{\hat{i}}, \mathcal{Y}_{no}^{uv-1, w}];$$

де: Kp_{no}^u – кількість допустимих варіантів розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги;

$Ks_{\text{до}}^{uv}$ – кількість допустимих варіантів розміщення ширин смуг по ширині АЧП для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги;

$Kz_{\text{до}}^{uvw}$ – інтенсивність заповнення ПО усієї АЧП у w -му варіанті розміщення смуг по ширині АЧП і для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги;

m^{uv} – кількість ширин смуг, які беруть участь у v -му варіанті розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги;

n_i^{uv} – кількість довжин ПО в i -ій смузі, які беруть участь у v -му варіанті їх розміщення вздовж u -ої основної смуги;

y_i^{uvw} – повторюваність i -ої смуги у w -му варіанті їх розміщення по ширині АЧП для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги;

p_{ij}^{uvw} – повторюваність j -го ПО в i -ій смузі для w -го варіанта розміщення ширин смуг по ширині АЧП і для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги.

Розглянемо алгоритм знаходження сукупності невідомих параметрів у виразах (1)–(4), який базується на методі РП-ОДР ПО у межах АЧП за схемою "сітка" без врахування обмежень на процес їх генерування.

Введемо такі додаткові змінні: z_{ij}^{uv} – поточну довжину залишку $u=i$ -ої основної смуги, вздовж якої потрібно розмістити j -ий ПО під час генерування v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги; i_i^{uv} – номер ПО, з якого починаємо обчислення його повторюваності під час генерування v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги. Перед початком процесу генерування 1-ої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП за схемою "сітка" названі змінні набувають таких значень: $u=1$; $i=u$; $z_{11}^{11} = \bar{A}^i$ і $i_1^{11} = 0$, а також $p_{11}^{11} = 0$.

Поточну повторюваність j -го ПО для $i=u$ -ої смуги і поточну довжину залишку смуги під час генерування v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги визначаємо за допомогою такої настанови:

$$\left(\begin{array}{l} p_{ij}^{uvw} = \text{int} \left[\frac{z_{ij}^{uv}}{\bar{a}_{ij}} \right]; \\ z_{i,j+1}^{uv} = z_{ij}^{uv} - \bar{a}_{ij} \cdot p_{ij}^{uvw} \end{array} \right), \quad j = \overline{i_i^{uv} + 1, n_i^{uv}} : i = u. \quad (5)$$

Потім відшукуємо такі допоміжні смуги, до яких входять обов'язково всі довжини ПО як у $v=1$ -му варіанті розміщення ПО для u -ої основної смуги, внаслідок чого утворюємо робочу множину ширин смуг

$$\bar{A}^{uv} = \left\{ \bar{A}_i^{uv} = \left\{ \bar{a}_{ij}^{uv}, j = \overline{1, n_i^{uv}} \right\}, i = \overline{u, m^{uv}} \right\} \quad (6)$$

і відповідну їм множину довжин ПО

$$\bar{\mathcal{O}}^{uv} = \left\{ \bar{o}_i^{uv}, i = \overline{u, m^{uv}} \right\}, \quad (7)$$

де: $\bar{a}_{ij}^{uv} = \begin{cases} \bar{a}_{ik}, \text{ якщо } p_{ij}^{uvw} > 0 \wedge \bar{a}_{ij} = \bar{a}_{ik}; \\ 0 - \text{інакше} \end{cases}$,

$$\bar{o}_i^{uv} = \begin{cases} \bar{o}_i, \text{ якщо } p_{ij}^{uvw} > 0 \wedge \bar{a}_{ij} = \bar{a}_{ik}; \\ 0 - \text{інакше} \end{cases}$$

Введемо ще такі додаткові змінні: c_i^{uvw} – розмір поточного залишку ширини АЧП, по ширині якого

потрібно розмістити i -ту смугу під час генерування w -го варіанта розміщення смуг по ширині АЧП для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги; k^{uvw} – номер смуги, з якої починаємо обчислення повторюваності смуг під час генерування w -го варіанта розміщення смуг по ширині АЧП для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги. Перед початком процесу генерування 1-го варіанта розміщення смуг по ширині АЧП для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги названі змінні набувають таких значень: $c_u^{uv1} = \bar{O}^i$ і $k^{uv1} = 0$, а також $p_{11}^{11} = 0$.

Поточну повторюваність i -ої смуги і розмір поточного залишку ширини АЧП під час генерування w -го варіанта розміщення ширин смуг по ширині АЧП для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги визначаємо за допомогою такої настанови:

$$\left(\begin{array}{l} y_i^{uvw} = \text{int} \left[\frac{c_i^{uvw}}{\bar{o}_i^{uv}} \right]; \\ c_{i+1}^{uvw} = c_i^{uvw} - \bar{o}_i^{uv} \cdot y_i^{uvw}; \end{array} \right), \quad i = \overline{k^{uvw} + 1, m^{uv}} : k^{uvw} \geq u. \quad (8)$$

Поточну повторюваність j -го ПО для i -ої смуги під час генерування w -го варіанта розміщення смуг по ширині АЧП для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги визначаємо так:

$$\left(p_{ij}^{uvw} = p_{uj}^{vw}, j = \overline{1, n_i^{uv}} \right), \quad i = \overline{u + 1, m^{uv}}. \quad (9)$$

Загальне заповнення ПО довжин смуг, кожна з яких має довжину $\bar{A}^n$, під час генерування v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги обчислюємо за такою формулою:

$$\bar{S}^{uv} = \left\{ s_i^{uvw} = \sum_{j=1}^{n_i^{uv}} \bar{a}_{ij}^{uv} \cdot p_{ij}^{uvw} : s_i^{uvw} \leq \bar{A}^i, i = \overline{u, m^{uv}} \right\}, \quad (10)$$

загальне заповнення ширини АЧП смугами під час генерування w -го варіанта розміщення смуг по ширині АЧП для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги обчислюємо так:

$$\delta^{uvw} = \sum_{i=u}^{m^{uv}} \bar{o}_i^{uv} \cdot y_i^{uvw} : \delta^{uvw} \leq \bar{O}^i. \quad (11)$$

Загальне заповнення ПО усієї АЧП за схемою "сітка" обчислюємо за такою формулою:

$$\Omega^{uvw} = \delta^{uvw} \cdot s_u^{uv} : \Omega^{uvw} \leq S^i, \quad (12)$$

а інтенсивність заповнення ПО усієї АЧП – за такою формулою:

$$Kz^{uvw} = \frac{\Omega^{uvw}}{S^i}, \quad (13)$$

де $S^n = \bar{L}^n \cdot \bar{M}^n$ – площа АЧП.

Показник (13) у процесі генерування допустимих карт розкрою набуває такі значення:

$$Kz^{uvw} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } \Omega^{uvw} = S^i; \\ \Omega^{uvw} / S^i - \text{інакше} \end{cases} \quad (14)$$

Наступний поточний $w=w+1$ варіант розміщення смуг по ширині АЧП базується на попередньому варіанті з такими змінами. Повторюваності смуг з попереднього варіанта їх розміщення по ширині АЧП переносимо в наступний варіант, тобто

$$y_i^{uvw} = y_i^{uv, w-1}, \quad i = \overline{k^{uvw}, m^{uv} - 1}. \quad (15)$$

Повторюваність m^{uv} -ої смуги прирівнюємо до нуля ($y_{m^{uv}}^{uv} = 0$). Потім відшукуємо k^{uvw} -ту смугу, для якої виконується умова $y_{k^{uvw}}^{uv} > 0$. Повторюваність цієї смуги зменшуємо на одиницю, тобто $y_{k^{uvw}}^{uvw} = y_{k^{uvw}}^{uv} - 1$. Початковий розмір залишку ширини АЧП для k^{uvw} -ої смуги під час генерування w -го варіанта розміщення смуг по ширині АЧП обчислюємо за такою формулою:

$$c_{k^{uvw}}^{uvw} = \emptyset^i - \sum_{i=1}^{k^{uvw}} \emptyset_i^{uv} \cdot y_i^{uvw} : c_{k^{uvw}}^{uvw} \geq \emptyset_{min}^{uv}, \quad (16)$$

де $\emptyset_{min}^{uv} = \min\{\emptyset_i^{uv}, i = \overline{u, m^{uv}}\}$ – мінімально допустима ширина смуги для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги.

Після цього за допомогою настанови (8) визначаємо поточну повторюваність i -ої смуги і розмір поточного залишку ширини АЧП під час генерування w -го варіанта їх розміщення по ширині АЧП. Аналогічні розрахунки продовжуємо для кожного наступного варіанта розміщення смуг. Процес генерування всіх допустимих варіантів розміщення смуг по ширині АЧП припиняємо у випадку виконання такої умови:

$$y_i^{uvw} = 0 \wedge i = u, \quad (17)$$

тобто, повторюваність u -ої основної смуги має дорівнювати нулю.

Наступний поточний $v=v+1$ варіант розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги базується на попередньому варіанті з такими змінами і відповідними доповненнями. Повторюваності ПО з попереднього варіанта їх розміщення вздовж u -ої основної смуги переносимо в наступний варіант, тобто

$$p_{ij}^{uvw} = p_{ij}^{u,v-1,w}, \quad j = \overline{i_i^{uv}, n_i^{uv}-1} : i = u. \quad (18)$$

Повторюваність n_i^{uv} -го ПО прирівнюємо до нуля ($p_{i, n_i^{uv}}^{uv} = 0$). Потім відшукуємо i_i^{uv} -ий ПО, для якого виконується умова $p_{i, i_i^{uv}}^{uv} > 0$. Повторюваність цього ПО зменшуємо на одиницю ($p_{i, i_i^{uv}}^{uvw} = p_{i, i_i^{uv}}^{uvw} - 1$).

Початкову довжину залишку основної смуги для i_i^{uv} -го ПО під час генерування v -го варіанта розміщення ПО вздовж смуги обчислюємо за такою формулою:

$$z_{i, i_i^{uv}}^{uv} = \check{A}^i - \sum_{j=1}^{i_i^{uv}} \check{a}_{ij}^{uv} \cdot p_{ij}^{uvw} : z_{i, i_i^{uv}}^{uv} \geq \check{a}_{i, min}^{uv}, \quad (19)$$

де $\check{a}_{i, min}^{uv} = \min\{\check{a}_{ij}^{uv}, j = \overline{1, n_i^{uv}}\}$ – мінімально допустима довжина ПО для v -го варіанта розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги.

Після цього за допомогою настанови (5) визначаємо поточну повторюваність j -го ПО і поточну довжину залишку смуги під час генерування v -го варіанта розміщення ПО вздовж смуги. Аналогічні розрахунки продовжуємо для кожного наступного варіанта розміщення ПО. Процес генерування всіх допустимих варіантів розміщення ПО вздовж смуги скінченної довжини припиняємо у випадку виконання такої умови:

$$(p_{ij}^{uvw} = 0, \quad j = \overline{1, n_i^{uv}-1}) \wedge i = u. \quad (20)$$

тобто, повторюваність ПО у кожній смузі дорівнює нулю з обов'язковою участю u -ої основної смуги.

Для будь-якої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП за схемою "сітка" має виконуватися вимога щодо максимального заповнення смугами ширини АЧП, а також ПО – довжини основної смуги:

$$\begin{cases} \emptyset^i - \check{u}_{min}^{uv} \leq \delta^{uvw} \leq \emptyset^i, \\ \check{A}^i - \check{a}_{i, min}^{uv} \leq s_i^{uvw} \leq \check{A}^i, \quad i = \overline{u, m^{uv}}. \end{cases} \quad (21)$$

Зрозуміло, що для способу РП-ОДР ПО у межах усієї АЧП за схемою "сітка" без врахування обмежень на процес їх генерування необов'язково є перевірка вимоги щодо заповнення ПО кожної смуги, оскільки, згідно з виразом (1), усі смуги мають однакову довжину і однакове заповнення.

3. Метод регулярного послідовно-одиначного багатовимірного розміщення ПО у межах АЧП з комбінацією багатьох "сіток"

Процедура моделювання всіх допустимих карт розкряу з комбінацією багатьох "сіток" (рис. 3, л) без врахування обмежень на процес їх генерування полягає у послідовному розв'язанні таких задач: задачі 1D пакування смуг у межах ширини АЧП; задачі розкладання смуг одна під одною з врахуванням їх повторюваності; задачі 1.5D пакування ПО у межах однотипних розкладених смуг або задачі 1D пакування ПО у межах різоднотипних смуг. Їх реалізація дає змогу отримати такі результати розрахунку:

множину карт розміщення ПО у межах АЧП з комбінацією багатьох "сіток"

$$\begin{cases} \mathcal{K}_{en}^u = \{ \mathcal{K}_{en}^{uv}, v = \overline{1, Ks_u^u} \}, u = \overline{1, m^c}, \\ \mathcal{K}_{en}^{uv} = \{ \mathcal{K}_{en}^{uvw} = f[u, v, w, \dots], w = \overline{1, Kp_{en}^{uv}} \}; \end{cases} \quad (22)$$

інтенсивності заповнення ПО усієї АЧП

$$\mathcal{K}_{en}^{uvw} = \{ Kz_g^{uvw} \rightarrow \max, g = \overline{1, m^{uv}} \}, w = \overline{1, Kp_{en}^{uv}} \} \quad (23)$$

$$Kz_g^{uvw} = f[\check{A}^i, \check{\emptyset}_{en}^{uv}, \check{A}_g^{uv}, \check{p}_g^{uvw}] \rightarrow \max;$$

повторюваності основних і допоміжних ширин смуг по ширині АЧП

$$\begin{cases} \mathcal{K}_{en}^u = \{ \mathcal{K}_{en}^{uv} = \{ \mathcal{K}_{en}^{uv}, v = \overline{1, Ks_u^u} \}, u = \overline{1, m^c} \}, \\ \mathcal{K}_{en}^{uv} = \{ y_i^{uv} = f[\emptyset^i, \emptyset_{en}^{uc}, \mathcal{K}_{en}^{u,v-1}], i = \overline{u, m^c} \}; \end{cases} \quad (24)$$

повторюваності основних і допоміжних ПО у розкладених смугах

$$\begin{cases} \mathcal{K}_{en}^{uv} = \{ \mathcal{K}_{en}^{uvw}, g = \overline{1, m^{uv}} \}, w = \overline{1, Kp_{en}^{uv}}; \\ \mathcal{K}_{en}^{uvw} = \{ p_{gj}^{uvw} = f[\check{A}^i, \check{\emptyset}_g^{uv}, \mathcal{K}_{en}^{u,v,w-1}, j = \overline{1, n_g^{uv}} \}, \end{cases} \quad (25)$$

де: $\mathcal{K}_{en}^u = \{ Ks_u^u, u = \overline{1, m^c} \}$ – кількість допустимих варіантів розміщення ширин смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\begin{cases} \mathcal{K}_{en}^u = \{ Kp_{en}^{uv}, v = \overline{1, Ks_u^u} \}, u = \overline{1, m^c}, \\ Kp_{en}^{uv} = \{ Kp_i^{uv}, i = \overline{u, m^c} \} \end{cases} \quad \text{— кількість}$$

допустимих варіантів розміщення ПО вздовж i -ої смуги для v -го варіанта розміщення ширин смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\left\{ \mathcal{Y}_{\text{en}}^v = \left\{ \mathcal{Y}_{\text{en}}^{uv} = \left\{ y_i^{uv}, i = \overline{u, m^c} \right\}, v = \overline{1, Ks_{\text{en}}^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\} -$$

повторюваність смуги i -ої ширини для v -го варіанта розміщення ширин смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\left\{ \mathcal{M}^u = \left\{ m^{uv}, v = \overline{1, Ks_{\text{en}}^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\} -$$

загальна кількість розкладених смуг для v -го варіанта розміщення смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\left\{ \mathcal{D}_{\text{en}}^g = \left\{ \mathcal{D}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ d_g^{uv}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}, v = \overline{1, Ks_{\text{en}}^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\} -$$

ширина розкладеної g -ої смуги для v -го варіанта їх розміщення по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\left\{ \mathcal{N}_{\text{en}}^g = \left\{ \mathcal{N}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ n_g^{uv}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}, v = \overline{1, Ks_{\text{en}}^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\} -$$

кількість ПО у розкладеній g -ій смузі для v -го варіанта їх розміщення по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\left\{ \mathcal{A}_{\text{en}}^g = \left\{ \mathcal{A}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ a_{gj}^{uv}, v = \overline{1, Ks_{\text{en}}^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\}; \right.$$

– довжина

$$\mathcal{A}_{\text{en}}^g = \left\{ \mathcal{A}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ a_{gj}^{uv}, j = \overline{1, n_g^{uv}} \right\}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}$$

j -го ПО, розміщеного вздовж розкладеної g -ої смуги для v -го варіанта їх розміщення по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\left\{ \mathcal{K}_{\text{en}}^u = \left\{ \mathcal{K}_{\text{en}}^{uv}, v = \overline{1, Ks_{\text{en}}^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\} -$$

кількість допустимих карт розміщення ПО у межах АЧП для v -го варіанта розміщення широких смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\mathcal{K}_{\text{en}}^u = \left\{ \mathcal{K}_{\text{en}}^{uv}, w = \overline{1, Kr_{\text{en}}^{uv}} \right\}, u = \overline{1, m^c};$$

$$\mathcal{P}_{\text{en}}^{vw} = \left\{ \mathcal{P}_{\text{en}}^{uvw} = \left\{ p_{gj}^{uvw}, j = \overline{1, n_g^{uv}} \right\}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}$$

повторюваність j -го ПО, розміщеного вздовж розкладеної g -ої смуги з w -ої карти розміщення ПО у межах АЧП для v -го варіанта розміщення ширин смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги.

Алгоритм знаходження сукупності невідомих параметрів у виразах (22)-(25) базується на методі РП-ОБР ПО у межах АЧП з комбінацією багатьох "сіток" без врахування обмежень на процес їх генерування.

Перед початком процесу генерування варіантів розміщення ПО названі змінні набувають такі значення: $c_i^{uv} = 0$, $i^{uv} = 0$, $\mathcal{Y}_{\text{en}}^v = 0$, де $i = u$; $u = 1$; $v = 1$.

Поточну повторюваність i -ої смуги і розмір поточного залишку ширини АЧП під час генерування v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги визначаємо за допомогою такої настанови:

$$\left(\begin{array}{l} y_i^{uv} = \text{int} \left[\frac{c_i^{uv}}{\theta_i^c} \right]; \\ c_{i+1}^{uv} = c_i^{uv} - \theta_i^c \cdot y_i^{uv}; \end{array} \right), i = \overline{i^{uv} + 1, m^c} : i^{uv} \geq u. \quad (26)$$

Розкладання смуг одна під одною з врахуванням їх повторюваності супроводжується виконанням певної послідовності дій, внаслідок чого утворюється така множина додаткових параметрів:

загальна кількість розкладених смуг для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги

$$\left\{ \mathcal{M}^v = \left\{ m^{uv} = \sum_{i=u}^{m^c} y_i^{uv}, v = \overline{1, Ks^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\}; \quad (27)$$

ширина розкладеної g -ої смуги для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги

$$\left\{ \mathcal{D}_{\text{en}}^g = \left\{ \mathcal{D}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ d_g^{uv}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}, v = \overline{1, Ks^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\}$$

$$\left\{ \mathcal{D}_{\text{en}}^{gu} = d_g^{uv}, k = \overline{1, y_i^{uv}} : y_i^{uv} \geq 0; i = \overline{u, m^c} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ d_g^{uv}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}$$

кількість ПО у розкладеній g -ій смузі для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги

$$\left\{ \mathcal{N}_{\text{en}}^g = \left\{ \mathcal{N}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ n_g^{uv}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}, v = \overline{1, Ks^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\}$$

$$\left\{ \mathcal{N}_{\text{en}}^{gu} = n_g^{uv}, k = \overline{1, y_i^{uv}} : y_i^{uv} \geq 0; i = \overline{u, m^c} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ n_g^{uv}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}$$

довжина j -го ПО, розміщеного вздовж g -ої смуги для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги

$$\left\{ \mathcal{A}_{\text{en}}^g = \left\{ \mathcal{A}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ a_{gj}^{uv}, v = \overline{1, Ks^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\}; \right.$$

$$\mathcal{A}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ \mathcal{A}_{\text{en}}^{gu} = \left\{ a_{gj}^{uv}, j = \overline{1, n_g^{uv}} \right\}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}; \quad (30)$$

$$\left\{ \mathcal{A}_{\text{en}}^{gu} = a_{gj}^{uv}, k = \overline{1, y_i^{uv}} : y_i^{uv} \geq 0; j = \overline{1, n_i^{uv}}; i = \overline{u, m^c} \right\}$$

$$\Rightarrow \left\{ a_{gj}^{uv}, j = \overline{1, n_g^{uv}} \right\}, g = \overline{1, m^{uv}}$$

кількість допустимих варіантів розміщення ПО вздовж розкладеної g -ої смуги довжини для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги

$$\left\{ \mathcal{K}_{\text{en}}^u = \left\{ \mathcal{K}_{\text{en}}^{uv} = \left\{ K_{\text{en}}^{uv}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}, v = \overline{1, Ks^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\},$$

$$\left\{ \mathcal{K}_{\text{en}}^{uv} = K_{\text{en}}^{uv}, k = \overline{1, y_i^{uv}} : i = \overline{u, m^c} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ K_{\text{en}}^{uv}, g = \overline{1, m^{uv}} \right\}; \quad (31)$$

кількість карт розміщення ПО у межах усієї АЧП для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги

$$\mathcal{K}_{\text{en}}^u = \left\{ \mathcal{K}_{\text{en}}^{uv} = \left\{ K_{\text{en}}^{uv}, v = \overline{1, Ks^u} \right\}, u = \overline{1, m^c} \right\},$$

$$K_{\text{en}}^{uv} = \prod_{i=u}^{m^c} \prod_{k=1}^{y_i^{uv}} K_{\text{en}}^{uv}. \quad (32)$$

Процес розміщування ПО вздовж кожної з розкладених смуг супроводжується виконанням певної послідовності дій, перед початком яких необхідно підготувати ще такі додаткові змінні:

$$\left\{ Z_g^{uv} = \left\{ Z_g^{uv} = \left\{ Z_g^{uv}, w = \overline{1, K_g^{uv}}, v = \overline{1, K_s^u}, u = \overline{1, m^c} \right\} \right\} \right.$$

$$\left\{ Z_g^{uv} = \left\{ Z_g^{uv} = \left\{ Z_g^{uv}, j = \overline{1, n_g^{uv}}, g = \overline{1, n_g^{uv}}, w = \overline{1, K_g^{uv}} \right\} \right\} \right.$$

– поточна довжина залишку розкладеної g -ої смуги, вздовж якої потрібно розмістити j -ий ПО з w -ої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги;

$$\left\{ Z_g^{uv} = \left\{ Z_g^{uv} = \left\{ Z_g^{uv}, w = \overline{1, K_g^{uv}}, v = \overline{1, K_s^u}, u = \overline{1, m^c} \right\} \right\} \right.$$

$$\left\{ Z_g^{uv} = \left\{ Z_g^{uv} = \left\{ Z_g^{uv}, g = \overline{1, n_g^{uv}}, w = \overline{1, K_g^{uv}} \right\} \right\} \right.$$

номер ПО, з якого починаємо обчислення повторюваності ПО вздовж залишку розкладеної g -ої смуги під час генерування w -ої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої смуги.

Перед початком процесу генерування $w=1$ -ої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП з комбінацією багатьох "сіток" для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги названі змінні набувають такі значення:

$$\left\{ z_{gj}^{uv} = \bar{A}^i; p_{gj}^{uv} = 0; j_g^{uv} = 0 \right\}, g = \overline{u, n_g^{uv}}; j = 1. \quad (33)$$

Процес розміщування ПО починаємо з розкладеної $g'=1$ -ої смуги. Номер ПО, з якого починаємо обчислення повторюваності ПО для розкладеної $g'=1$ -ої смуги $w=1$ -ої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП з комбінацією багатьох "сіток", дорівнює одиниці ($j_g^{uv} = 0$).

Поточну повторюваність j -го ПО, розміщеного вздовж розкладеної g' -ої смуги з w -ої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП, і поточну довжину залишку q' -ої смуги для $j+1$ -го ПО і v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги визначаємо за допомогою такої настанови:

$$\left\{ \left(\begin{matrix} p_{gj}^{uv} \\ z_{g,j+1}^{uv} \end{matrix} \right), j = \begin{cases} \overline{1, n_g^{uv}} : g = g'; \\ \overline{1, n_g^{uv}} : g > g'; \end{cases}, g = \overline{g', n_g^{uv}} \right\}, \quad (34)$$

$$1 \leq w \leq K_g^{uw},$$

$$\text{де: } p_{gj}^{uv} = \text{int} \left[\frac{z_{gj}^{uv}}{\bar{a}_{gj}^{uv}} \right]; z_{g,j+1}^{uv} = z_{gj}^{uv} - \bar{a}_{gj}^{uv} \cdot p_{gj}^{uv}.$$

Наступна поточна $w=w+1$ -а карта розміщення ПО у межах усієї АЧП для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги базується на попередньому варіанті з такими змінами та доповненнями. Повторюваності ПО з попереднього варіанта їх розміщення переносимо в наступний варіант, тобто

$$\left\{ p_g^{uv} = p_g^{u,v,w-1}, g = \overline{1, n_g^{uv}}, 1 \leq w \leq K_g^{uw}; \right. \quad (35)$$

$$\Rightarrow \left\{ p_{gj}^{uv} = p_{gj}^{u,v,w-1}, j = \overline{1, n_g^{uv}} \right\}.$$

Починаючи з останньої розкладеної $g' = n_g^{uv}$ -ої смуги, прирівнюємо до нуля повторюваність $j = n_g^{uv}$ -

го ПО ($p_{g',j_g^{uv}}^{uv} = 0$). Потім у цій розкладеній смузі, починаючи з передостаннього до першого ПО, відшукуємо $j_{g'}^{uv}$ -ий ПО, для якого значення повторюваності є більшим від нуля ($p_{g',j_{g'}^{uv}}^{uv} > 0$:

$1 \leq j_{g'}^{uv} \leq n_g^{uv}$). Повторюваність цього ПО зменшуємо на одиницю ($p_{g',j_{g'}^{uv}}^{uv} = p_{g',j_{g'}^{uv}}^{uv} - 1$) і переходимо до наявного, не завжди наступного за порядком, j -го ПО ($j_{g'}^{uv} + 1 \leq j < n_g^{uv}$). Якщо ж такого ПО немає, то, у випадку, коли пошук відбувся в розкладеній $g'=1$ -ій смузі, необхідно припинити процес розміщування ПО вздовж смуг, інакше – потрібно перейти до попередньої ($1 \leq g' < n_g^{uv}$) розкладеної ($g'-1$)-ої смуги. У цій смузі прирівнюємо до нуля повторюваність останнього ПО і т.д. (див. вище). В усіх наступних після неї ($g' < g \leq n_g^{uv}$) розкладених смугах прирівнюємо до нуля повторюваності ПО і початкові номери ПО, з яких згодом почнемо подальші обчислення:

$$\left\{ \left(\begin{matrix} p_{gj}^{uv} = 0, j = \overline{1, n_g^{uv}}; \\ j_g^{uv} = 1; \end{matrix} \right), g = \overline{g'+1, n_g^{uv}}, 1 \leq w \leq K_g^{uw} \right\}. \quad (36)$$

Початкову довжину залишку розкладеної g' -ої смуги, яка залишиться після розміщення на ній $j_{g'}^{uv}$ -го ПО для продовження процесу генерування w -ої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги, обчислюємо за такою формулою:

$$\left\{ z_{g',j_{g'}^{uv}}^{uv} = \bar{A}^i - \sum_{j=1}^{j_{g'}^{uv}} \bar{a}_{g',j}^{uv} \cdot p_{g',j}^{uv} \right\}, 1 \leq w \leq K_g^{uw}. \quad (37)$$

А для інших розкладених смуг їх початкова довжина залишку дорівнюватиме довжині АПП, тобто:

$$\left\{ z_{gj}^{uv} = \bar{A}^i, j = 1; g = \overline{g'+1, n_g^{uv}}, 1 \leq w \leq K_g^{uw} \right\}. \quad (38)$$

Після цього, починаючи з $j = j_{g'}^{uv} + 1$ -го ПО, продовжуємо процес генерування w -ої карти розміщення ПО у межах усієї АЧП. Тобто, за допомогою настанови (34) визначаємо поточну повторюваність цього ПО, який необхідно розмістити вздовж розкладеної g' -ої смуги, і поточну довжину її залишку для $j+1$ -го ПО і v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги і т.д. Аналогічні розрахунки продовжуємо для кожного наступного варіанта розміщення ПО.

Процес генерування всіх допустимих карт розміщення ПО у межах усієї АЧП з комбінацією багатьох "сіток" для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги припиняємо у випадку виконання такої умови:

$$\left(p_{g',j}^{uv} = 0, j = \overline{1, n_g^{uv}} - 1 \right) \wedge g' = 1, \quad (39)$$

тобто, під час переходу до розкладеної $g'=1$ -ої смуги виявилось, що у ній повторюваність кожного ПО дорівнює нулю.

Наступний поточний $v=v+1$ варіант розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП

базується на попередньому варіанті з такими змінами. Повторюваності смуг з попереднього варіанта їх розміщення по ширині АЧП переносимо в наступний варіант, тобто

$$y_i^{uv} = y_i^{u,v-1}, \quad i = \overline{1, m^c - 1}. \quad (40)$$

Повторюваність $i = m^c$ -ої (останньої) смуги прирівнюємо до нуля ($y_{m^c}^{uv} = 0$). Потім, починаючи з $(m^c - 1)$ -ої (передостанньої) смуги, відшукуємо i^{uv} -ту смугу, для якої виконується умова $y_{i^{uv}}^{uv} > 0$. У цій смугі повторюваність зменшуємо на одиницю ($y_{i^{uv}}^{uv} = y_{i^{uv}}^{uv} - 1$). Початковий розмір залишку ширини АЧП для i^{uv} -ої смуги під час генерування v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП обчислюємо за такою формулою:

$$c_{i^{uv}}^{uv} = \varnothing^i - \sum_{i=u}^{i^{uv}} \varnothing_i^c \cdot y_i^{uv}. \quad (41)$$

Після цього за допомогою настанови (26) визначаємо поточну повторюваність i -ої смуги і розмір поточного залишку ширини АЧП під час генерування v -го варіанта розміщення основної та допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги. Аналогічні розрахунки продовжуємо для кожного наступного варіанта розміщення смуг. Процес генерування всіх допустимих варіантів розміщення смуг по ширині АЧП припиняємо у випадку виконання умови

$$y_i^{uv} = 0 \wedge i^{uv} = u, \quad (42)$$

тобто, повторюваність $i^{uv} = u$ -ої основної смуги дорівнює нулю.

Для будь-якого варіанта розміщення смуг по ширині АЧП чи ПО вздовж розкладених смуг з використанням методу повного РП-ОБР ПО у межах АЧП з комбінацією багатьох "сіток" має виконуватися вимога щодо максимального заповнення смугами ширини АЧП, а кожної зі смуг – ПО:

$$\begin{cases} \varnothing^i - \varnothing_{\min}^i \leq \sum_{i=u}^{m^c} \varnothing_i^c \cdot y_i^{uv} \leq \varnothing^i, \\ \bar{A}^i - \delta_{g,\min}^i \leq \delta_g^{uv} \leq \bar{A}^i, \quad g = \overline{1, n^g}, \end{cases} \quad (43)$$

де: $\varnothing_{\min}^c = \min\{\varnothing_i^c, i = \overline{u, m^c}\}$ – мінімальна ширина смуги, яку можна розмістити по ширині АЧП; $\delta_{g,\min}^i = \min\{\delta_{gj}^i, j = \overline{1, n^g}\}$, $g = \overline{1, n^g}$ – мінімальна довжина ПО, який можна розмістити вздовж залишку розкладеної g -ої смуги для v -го варіанта розміщення основних і допоміжних смуг по ширині АЧП з використанням u -ої основної смуги.

У кожній з розроблених процедур моделювання допустимих карт розкрою можуть виконуватися відповідні системи обмежень і вимог, які визначають їх складність конфігурації та впливають на техніко-економічну ефективність. У роботі [2] розроблено формальні математичні моделі, в які входять процедура моделювання і математичне формулювання, алгоритм розв'язання і програмне забезпечення, складене з використанням технології структурного програмування. Проаналізовано деякі неординарні ситуації, які можуть виникати у процесі застосування кожної з цих моделей, розглянуто конкретні поради щодо виходу із них.

Висновки

1. Системний аналіз сучасного стану комбінаторних методів розв'язання двовимірних задач розкрою й пакування показав, що більшість дослідників використовують їх релаксацію до задачі меншої розмірності. Розроблені ними математичні моделі не завжди є адекватними досліджуваному процесу і не відображають важливих особливостей задачі в початковій її постановці, а отриманий розв'язок загалом не є оптимальним, здебільшого допустимим. З'ясовано, що у найбільш анонсованих роботах, у яких розміщували об'єкти і області розміщення мають форму прямокутника, як правило, використовують евристичні методи, які навіть в двовимірному випадку не мають адекватних математичних моделей і ефективних методів оптимізації.

2. Розроблено математичні моделі процесу генерування допустимих карт розкрою, які враховують відомі концептуальні схеми та відповідні їм різні за складністю базові конфігурації карт розкрою. Для моделювання базових конфігурацій карт розкрою розроблено комбінаторні методи регулярного послідовно-одиначного двовимірного та багатовимірного розміщування прямокутних об'єктів у межах АЧП, які дають змогу враховувати різні технологічні та конструктивні обмеження, а також дотримуватись певних виробничих вимог.

ЛІТЕРАТУРА

1. Грицюк Ю. І. Оптимізація технологічного процесу розкрою плитних деревних матеріалів на меблевій заготовці : монографія / Ю. І. Грицюк. – Львів : Вид. дім "Панорама", 2004. – 484 с.
2. Грицюк Ю. І. Моделювання карт і оптимізація плану розкрою плитних деревних матеріалів на меблевій заготовці : монографія / Ю. І. Грицюк. – Львів : Вид. дім "Панорама", 2004. – 524 с.
3. Стоян Ю.Г. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов / Стоян Ю.Г., Гиль Н.И. – К. : Вид-во "Наук. думка", АН УССР, ИПМаш, 1976. – 247 с.
4. Стоян Ю.Г. О комбинаторных задачах размещения прямоугольников / Стоян Ю.Г., Ємець О.О. // Экономика и матем. методы. – М. : Изд-во "Наука". – 1985. – № 5. – С. 869-881.
5. Стоян Ю.Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Стоян Ю.Г., Ємець О.О. – К. : Вид-во "Наук. думка", 1993. – 206 с.

Yu. I. Grycyuk

THE COMBINATORIAL METHODS OF ALLOWABLE MAPS FOR CUTTING OUT OF CHIPBOARD WOODEN MATERIALS GENERATING ON HALF-FINISHED PRODUCTS

Theoretical principles for modelling of allowable maps for cutting out of chipboards (platen wooden materials – PWM) on half-finished products considered in the paper. Also mathematical models and combinatorial generating methods analyzed which consider the conceptual schemes and corresponding configurations of cutting out maps. It also gives a possibility to improve such maps through the

*combination of half-finished products or to develop
their new configurations with expected complication*

due to the different variations of their combinations.

